

Examen final - 26 avril 2016

Question 1. [6 points]

Supposons que le jeu suivant est répété de manière infinie.

		②		
		A	B	C
	A	2 , 2	1 , 1	0 , 0
①	B	1 , 1	0 , 0	8 , 0
	C	0 , 0	0 , 8	4 , 4

- a. Y a-t-il un équilibre dans lequel les deux joueurs jouent C à chaque période? Si oui, quelle est la stratégie jouée par chaque joueur dans cet équilibre?
- b. Les deux joueurs ont le même facteur d'escompte δ . Quelle condition sur δ doit être satisfaite pour que cet équilibre existe?

Question 2. [8 points]

Soit un **appel d'offre** avec N firmes. Chaque firme soumet sa mise dans une enveloppe cachetée, et lorsque toutes les mises sont reçues, celles-ci sont ouvertes et comparées. La firme avec la mise la plus basse obtient le contrat et est payée le montant de sa mise. Chaque firme a comme profit $b_i - c_i$ si elle obtient le contrat et 0 sinon. Le coût c_i d'une firme est une information privée de la firme, mais chaque coût provient de la distribution exponentielle $F(c) = 1 - e^{-c}$.

Considérons le problème de la firme 1. Supposons que les $N - 1$ autres firmes utilisent comme fonction de mise

$$b_i = c_i + \left(\frac{1}{N-1}\right) .$$

- a. Supposons que la firme 1 mise b_1 . Quelle est la probabilité qu'elle obtienne le contrat?
- b. Quelle est l'espérance de profit de la firme 1?
- c. Trouvez la mise optimale de la firme 1 en fonction de son coût c_1 . Démontrez vos étapes.

Question 3. [6 points]

Soit le modèle de conflit vu en classe, avec la nuance que maintenant il y a N joueurs plutôt que 2. Donc la probabilité de victoire de chaque joueur i est

$$P_i = \frac{S_i}{S_1 + S_2 + \dots + S_N} .$$

Comme toujours, chaque joueur maximise son espérance de payoff

$$E\pi_i = P_i R - c S_i .$$

S_i représente le niveau d'armement (ou nombre de soldats) du joueur i , et R la valeur de la récompense (l'objet pour lequel les joueurs se battent). On suppose $c = 1$.

- a. Trouvez l'équilibre de Nash du conflit, c'est-à-dire les niveaux d'armement S_1, S_2, \dots, S_N . Notez qu'il s'agit d'un jeu symétrique.
- b. Quelle est l'espérance de payoff de chaque joueur à l'équilibre?

Question 4. [8 points]

800 personnes doivent se rendre au travail le matin (en même temps). Il y a deux moyens de transport: train et voiture. Cependant, ces personnes n'ont pas tous les mêmes préférences. 200 d'entre elles ont l'utilité suivante:

$$u_1 = \begin{cases} 250 - (0.1)N_V & \text{si voyage par voiture} \\ 150 - (0.4)N_T & \text{si voyage par train} \end{cases} \quad [\text{groupe 1}]$$

et les autres 600 ont l'utilité suivante:

$$u_2 = \begin{cases} 200 - (0.4)N_V & \text{si voyage par voiture} \\ 150 - (0.2)N_T & \text{si voyage par train} \end{cases} \quad [\text{groupe 2}]$$

Ici N_V est le nombre total de gens (des deux groupes) qui voyagent par voiture, et N_T le nombre total (des deux groupes) qui voyagent par train. Il faut donc $N_V + N_T = 800$. Chaque individu choisit le moyen de transport qui maximise son utilité. [Dans le cours, on minimisait la durée, ici on maximise l'utilité; mais à part cela, la logique sera la même.]

- a. Juste en regardant les fonctions d'utilité, lequel des deux groupes est plus vert (favorable à l'environnement) que l'autre? Pourquoi?
- b. Trouvez l'équilibre de Nash du jeu. Spécifiquement, pour chaque groupe, combien de gens voyagent par voiture et combien par train?

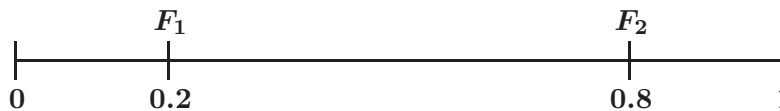
Question 5. [6 points]

Il existe un espace linéaire allant de 0 à 1. Comme en classe, nous supposons que la population de consommateurs est distribuée uniformément sur cet espace, et que chaque consommateur fait affaire avec la firme la plus proche.

Il y a deux firmes (les firmes 1 et 2) déjà installées à 0.3 et 0.7 (voir diagramme). **Ces deux firmes sont immobiles.** Deux autres firmes (les firmes 3 et 4) doivent maintenant choisir un emplacement sur l'espace.



- a. Trouvez l'équilibre de Nash du jeu, c'est-à-dire l'emplacement des firmes 3 et 4 tel qu'aucune de ces deux firmes n'aura intérêt à changer de place.
- b. Répétez l'exercice en supposant que les firmes 1 et 2 sont situées à 0.6 et 0.9 comme ci-dessous:



Question 6. [6 points]

Vrai ou faux. Expliquez.

- a. Etudier les enchères n'est pas très utile, car elles ne s'appliquent qu'aux objets d'art et autres articles qui ont relativement peu de valeur dans l'économie.
- b. Le conflit est une situation économiquement inefficace.
- c. Dans une guerre d'usure, si $v_1 > v_2$ et $k_1 > k_2$, c'est définitivement le joueur 1 qui va gagner.

Vos réponses doivent être brèves (5 lignes ou moins chacune).