

Supplément #2 — solution

Question 1.

Rappel: une stratégie σ^* est **évolutionnairement stable** (ES) si pour tout $\sigma^m \neq \sigma^*$ on a

1. $\pi_{\sigma^*\sigma^*} > \pi_{\sigma^m\sigma^*}$

ou

2. $\pi_{\sigma^*\sigma^*} = \pi_{\sigma^m\sigma^*}$ et $\pi_{\sigma^*\sigma^m} > \pi_{\sigma^m\sigma^m}$.

On ne considère que les stratégies pures: $A = (1, 0, 0)$; $B = (0, 1, 0)$; et $C = (0, 0, 1)$. Donc les paiements suivants peuvent être lus directement de la matrice:

$$\begin{array}{lll} \pi_{AA} = 3 & ; & \pi_{AB} = 0 & ; & \pi_{AC} = 0 & ; \\ \pi_{BA} = 3 & ; & \pi_{BB} = 2 & ; & \pi_{BC} = 0 & ; \\ \pi_{CA} = 3 & ; & \pi_{CB} = 3 & ; & \pi_{CC} = 1 & . \end{array}$$

Le résultat est le suivant:

- A n'est pas ES car $\pi_{AA} = \pi_{BA}$ et $\pi_{AB} < \pi_{BB}$; donc une population jouant A peut être envahie par une mutation jouant B . [On peut aussi démontrer qu'une population jouant A peut être envahie par une mutation jouant C .]
- B n'est pas ES car $\pi_{BB} < \pi_{CB}$; donc une population jouant B peut être envahie par une mutation jouant C .
- C est ES car $\pi_{CC} > \pi_{AC}$ (une population jouant C ne peut pas être envahie par une mutation jouant A) et $\pi_{CC} > \pi_{BC}$ (une population jouant C ne peut pas être envahie par une mutation jouant B).

Question 2.

Ici il faut calculer $\pi_{\sigma_1\sigma_1} = 3.5$; $\pi_{\sigma_1\sigma_2} = 0$; $\pi_{\sigma_2\sigma_1} = 3.5$; $\pi_{\sigma_2\sigma_2} = 3$.

Puisque $\pi_{\sigma_1\sigma_1} = \pi_{\sigma_2\sigma_1}$ et $\pi_{\sigma_1\sigma_2} < \pi_{\sigma_2\sigma_2}$, on conclut qu'une population jouant σ_1 peut être envahie par une mutation jouant σ_2 .