

Travail #1 — solutions

Question 1. On peut éliminer successivement les stratégies suivantes: Y, B, C, Z (l'ordre peut varier). On retient donc comme prédiction (A,X).

Question 2. (C,Z) et (D,X).

Question 3.

- a. La stratégie d'une firme est son niveau de production y_i . Donc, pour chaque firme, l'ensemble de stratégies disponibles est tout simplement l'ensemble des nombres réels non-négatifs: $[0, \infty[$
- b. On maximise le profit de chaque firme i , c'est-à-dire $\pi_i = (120 - y_i - y_j)y_i - 12y_i$, en gardant la production de l'autre firme y_j fixe, ce qui nous donne les fonctions de réaction suivantes:

$$y_1 = 54 - (1/2)y_2 \quad (1)$$

$$y_2 = 54 - (1/2)y_1 \quad (2)$$

L'équilibre de Nash est l'intersection de ces deux fonctions, soit $y_1 = y_2 = 36$.

- c. Quel firme regrette sa décision, étant donné le niveau de production de l'autre? Cela revient à demander: Pourquoi (40,34) n'est-il *pas* un équilibre de Nash? On n'a qu'à se référer aux fonctions de réaction (1) et (2). On voit que

$$40 \neq 54 - (1/2) * 34$$

$$34 = 54 - (1/2) * 40$$

C'est donc la firme 1 qui regrète sa décision.

Question 4. Dans chaque cas on suppose que le joueur 1 joue

A avec probabilité p
B avec probabilité $1 - p$

et que le joueur 2 joue

C avec probabilité q
D avec probabilité $1 - q$

a. Les espérances de paiements sont

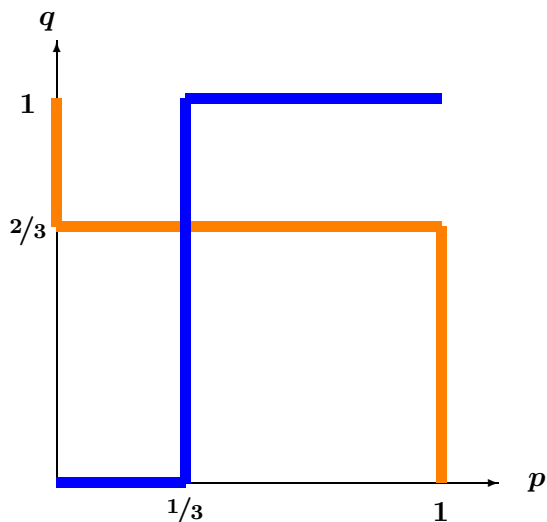
$$E\pi_1(A) = (0)q + 4(1 - q) = 4 - 4q$$

$$E\pi_1(B) = (1)q + 2(1 - q) = 2 - q$$

$$E\pi_2(C) = 3p + 0(1 - p) = 3p$$

$$E\pi_2(D) = (1)p + 1(1 - p) = 1$$

Les fonctions de réaction (orange pour joueur 1, bleu pour joueur 2):



L'équilibre est $(p, q) = (1/3, 2/3)$.

b. Les espérances de paiements sont

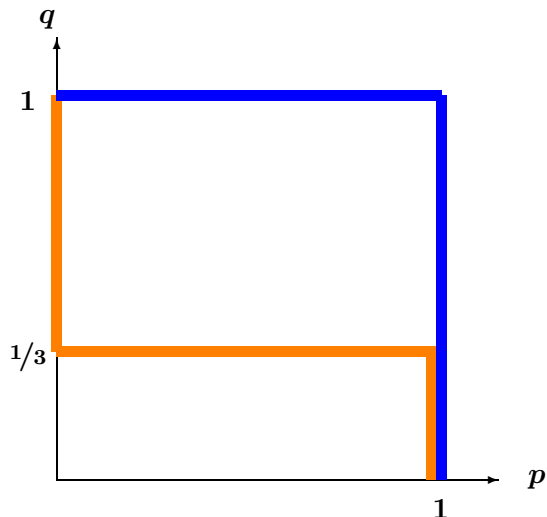
$$E\pi_1(A) = (0)q + 1(1 - q) = 1 - q$$

$$E\pi_1(B) = 2q + 0(1 - q) = 2q$$

$$E\pi_2(C) = 2p + 3(1 - p) = 3 - p$$

$$E\pi_2(D) = 2p + 1(1 - p) = 1 + p$$

Les fonctions de réaction (orange pour joueur 1, bleu pour joueur 2):



Il y a équilibre à $(p, q) = (0, 1)$ ainsi qu'à chaque point $(p, q) = (1, q)$ où $q \in [0, 1/3]$.