

Travail #2 — solutions

Question 1.

Il faut, pour analyser quoique ce soit ayant rapport à l'équilibre de Nash, commencer par la forme normale du jeu, que voici:

②		CE	CF	DE	DF
①	A	a , e	a , e	b , f	b , f
	B	c , g	d , h	c , g	d , h

Pour que  $\{A,DF\}$  soit un équilibre de Nash, il faut que les conditions suivantes soient satisfaites:  
 $b \geq d$  ,  $f \geq e$ .

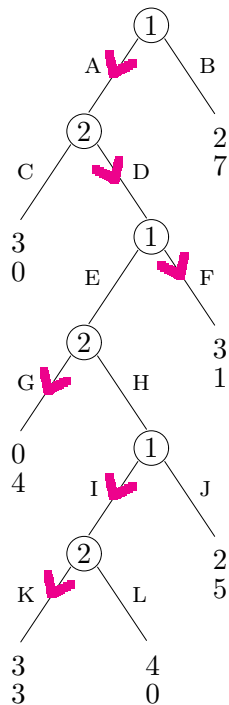
Ensuite, en se référant à la forme extensive du jeu, on voit que  $\{A,DF\}$  sera un équilibre parfait si les conditions suivantes sont satisfaites:  
 $h \geq g$  ,  $f \geq e$  ,  $b \geq d$ .

Maintenant répondons aux questions:

- a. il faut:  $b \geq d$  ,  $f \geq e$  ,  $h < g$  .
- b. impossible: tout équilibre parfait est aussi un équilibre de Nash.
- c. il faut:  $b \geq d$  ,  $f \geq e$  ,  $h \geq g$  .

Question 2.

(AFI,DGK)



**Question 3.**

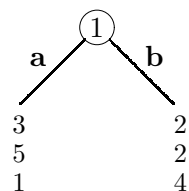
- a. On procède par induction à rebours, et on commence par le sous-jeu qui débute au nœud du joueur 2. Ce sous-jeu est un jeu simultané à deux joueurs (les joueurs 2 et 3). Appliquer les critères d'optimalité de Nash à ce sous-jeu signifie donc en trouver l'équilibre de Nash. Pour cela il faut la forme normale du sous-jeu:

③

		e	f
②	c	3, 3	2, 4
	d	4, 2	1, 1

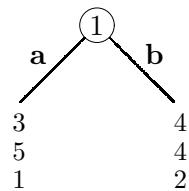
Il y a deux équilibres de Nash pour ce sous-jeu: **(c,f)** et **(d,e)**. Comme chacun d'eux peut nous mener à un équilibre parfait, il faut les considérer à tour de rôle.

Si on choisit **(c,f)**, alors on obtient en repliant l'arbre:



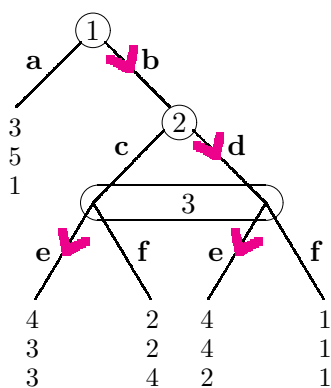
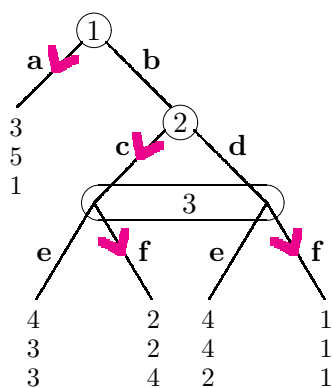
et on voit que **a** est optimal pour le joueur 1.

Et si on choisit **(d,e)**, alors en repliant on obtient:



et on voit que **b** est optimal pour le joueur 1.

Il y a donc deux équilibres parfaits: **(a,c,f)** et **(b,d,e)**.



- b. Le profil **(a,d,f)** est un équilibre de Nash qui n'est pas un équilibre parfait. Il n'y en a pas d'autres.