

Travail 3 – Solutions

Question 1.

a. Ceux qui ont le plus de facilité à s'instruire devraient s'instruire davantage que les autres. Donc, les gens de type A obtiendront une maîtrise, ceux de type B obtiendront un bac, et ceux de type C n'obtiendront rien.

b. contraintes de participation:

$$A: w_A - e_A \geq 0$$

$$B: w_B - e_B \geq 0$$

$$C: w_C - e_C \geq 0$$

c. contraintes d'incitation:

$$A: w_A - e_A \geq w_B - e_B \quad \text{et} \quad w_A - e_A \geq w_C - e_C$$

$$B: w_B - (1.5)e_B \geq w_A - (1.5)e_A \quad \text{et} \quad w_B - (1.5)e_B \geq w_C - (1.5)e_C$$

$$C: w_C - 2e_C \geq w_A - 2e_A \quad \text{et} \quad w_C - 2e_C \geq w_B - 2e_B$$

d. Etant donné que les gens de type A obtiendront une maîtrise, etc., on sait qu'à l'équilibre on aura $e_A = e_m$, $e_B = e_{bac}$ et $e_C = 0$.

Ensuite, vu l'échelle salariale offerte par les employeurs, on aura $w_A = 7.5$, $w_B = 5$ et $w_C = 1.5$.

En substituant tout ceci dans nos contraintes, on obtient:

contraintes de participation:

$$A: 7.5 - e_m \geq 0$$

$$B: 5 - e_{bac} \geq 0$$

$$C: 1.5 \geq 0$$

contraintes d'incitation:

$$A: 7.5 - e_m \geq 5 - e_{bac} \quad \text{et} \quad 7.5 - e_m \geq 1.5 - 0$$

$$B: 5 - (1.5)e_{bac} \geq 7.5 - (1.5)e_m \quad \text{et} \quad 5 - (1.5)e_{bac} \geq 1.5 - 0$$

$$C: 1.5 - 0 \geq 7.5 - 2e_m \quad \text{et} \quad 1.5 - 0 \geq 5 - 2e_{bac}$$

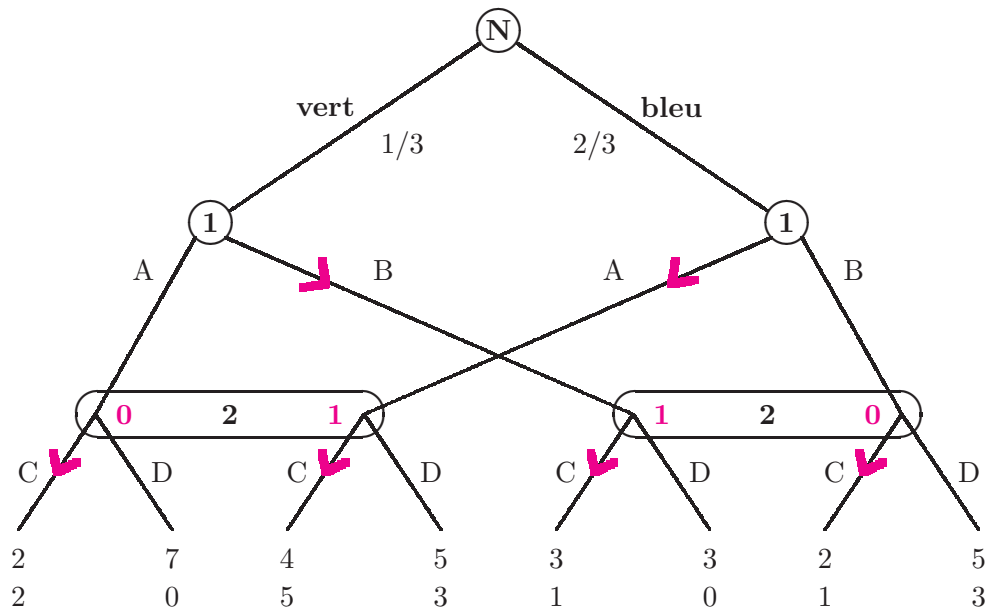
Certaines de ces contraintes sont rendues rédundantes par d'autres. A la fin, étant donné qu'on se limite aux nombres entiers, on trouve qu'il n'y a qu'une possibilité:

$$e_{bac} = 2$$

$$e_m = 4$$

Question 2.

Dans le jeu de signalisation suivant, démontrez qu'il existe un équilibre de séparation. Faites-en la description complète.



- Le joueur 1 joue B s'il est vert et A s'il est bleu.
- Le joueur 2 anticipe correctement les choix du joueur 1, donc ses croyances sont celles illustrées dans l'arbre.
- A l'ensemble d'information de gauche, le joueur 2 croit être au nœud de droite, et son choix pour cet ensemble d'information est donc C (car $5 > 3$). A l'ensemble d'information de droite, le joueur 2 croit être au nœud de gauche, et son choix pour cet ensemble d'information est donc C (car $1 > 0$).
- Etant donné ce comportement du joueur 2, on voit qu'un joueur 1 de type vert aura 2 s'il joue A et 3 s'il joue B; B est donc optimal. Et un joueur 1 de type bleu aura 4 en jouant A et 2 en jouant B; A est donc optimal.

Question 3.

A l'équilibre chaque joueur adopte la stratégie suivante:

- jouer A si B n'a jamais été joué;
mais jouer B si B a déjà été joué dans le passé.

Si le joueur 2 joue cette stratégie, quand est-il optimal pour le joueur 1 de jouer cette stratégie? Lorsque

$$3 \left(\frac{1}{1 - \delta_1} \right) \geq 6 + 2 \left(\frac{\delta_1}{1 - \delta_1} \right) \quad \rightarrow \quad \delta_1 \geq 3/4 \quad .$$

Si le joueur 1 joue cette stratégie, quand est-il optimal pour le joueur 2 de jouer cette stratégie? Lorsque

$$4 \left(\frac{1}{1 - \delta_2} \right) \geq 5 + 2 \left(\frac{\delta_2}{1 - \delta_2} \right) \quad \rightarrow \quad \delta_2 \geq 1/3 \quad .$$

Question 4.

A l'équilibre chaque joueur adopte la stratégie suivante:

- jouer B si A n'a jamais été joué;
mais jouer A si A a déjà été joué dans le passé.

Si le joueur 2 joue cette stratégie, quand est-il optimal pour le joueur 1 de jouer cette stratégie? Lorsque

$$a \left(\frac{1}{1 - 3/5} \right) \geq 7 + 2 \left(\frac{3/5}{1 - 3/5} \right) \quad \rightarrow \quad a \geq 4 \quad .$$

Si le joueur 1 joue cette stratégie, quand est-il optimal pour le joueur 2 de jouer cette stratégie? Lorsque

$$b \left(\frac{1}{1 - 3/4} \right) \geq 6 + 2 \left(\frac{3/4}{1 - 3/4} \right) \quad \rightarrow \quad b \geq 3 \quad .$$

Mais ce n'est pas tout. On nous dit que (B,B) n'est pas un équilibre de Nash du jeu statique; donc il faut également avoir $a < 7$ ou $b < 6$.

En conclusion, on doit avoir:

$$\begin{aligned} a &\geq 4 \\ b &\geq 3 \\ [a < 7 \quad \text{ou} \quad b < 6] \end{aligned}$$