Université du Québec à Montréal
ECO 5620 — hiver 2018
Max Blouin

Travail 4 – solution

Question 1.

a. Il s'agit de combiner les conditions $T_A = T_B$ et $N_A + N_B = 300$. Cela nous donne comme réponse

$$N_A = 150 \quad ; \quad N_B = 150 \quad ; \quad T_A = T_B = 30 \quad .$$

b. Maintenant il faut combiner $T_A = T_B$ et $N_A + 2N_B = 300$. Cela nous donne comme réponse

$$N_A = 120 \quad ; \quad N_B = 90 \quad ; \quad T_A = T_B = 24 \quad .$$

Question 2.

a. **<u>Méthode "en absolu":</u>**

$$\begin{aligned}
Eu_1 &= (v_1 - b_1) \cdot \Pr\{b_1 > b_j \text{ pour } j = 2, \ldots, N\} \\
&= (v_1 - b_1) \cdot [\Pr\{b_1 > b_j\}]^{N-1} \\
&= (v_1 - b_1) \cdot [\Pr\{b_1 > K v_j + L\}]^{N-1} \\
&= (v_1 - b_1) \cdot [\Pr\{v_j < (b_1 - L)/K\}]^{N-1} \\
&= (v_1 - b_1) \cdot \left[F\left(\frac{b_1 - L}{K}\right)\right]^{N-1} \\
&= (v_1 - b_1) \cdot \left[\left(\frac{b_1 - L}{K}\right)^2\right]^{N-1} \\
&= (v_1 - b_1) \cdot \left(\frac{b_1 - L}{K}\right)^{2N-2}
\end{aligned}$$

condition de 1er ordre:

$$(v_1 - b_1)\left(\frac{2N-2}{K}\right)\left(\frac{b_1 - L}{K}\right)^{2N-3} - \left(\frac{b_1 - L}{K}\right)^{2N-2} = 0$$

solution:

$$b_1 = \left(\frac{2N-2}{2N-1}\right) v_1 + \left(\frac{L}{2N-1}\right)$$

Méthode "à la marge":

Après plusieurs étapes, on trouve

$$\begin{aligned}
Bm &= \Delta p \cdot \left[\frac{F((p-\Delta p - L)/K)}{F((p-L)/K)}\right]^{N-1} \\
&= \Delta p \cdot \left[\frac{((p-\Delta p - L)/K)^2}{((p-L)/K)^2}\right]^{N-1} \\
&= \Delta p \cdot \left(\frac{p-\Delta p - L}{p-L}\right)^{2N-2} \\
Cm &= (v_1 - p)\left[1 - \left(\frac{p-\Delta p - L}{p-L}\right)^{2N-2}\right]
\end{aligned}$$

On égalise bénéfice marginal et coût marginal, et on simplifie:

$$(p-\Delta p - L)^{2N-2} = (v_1 - p)\left[\frac{(p-L)^{2N-2} - (p-\Delta p - L)^{2N-2}}{\Delta p}\right]$$

On prend les limites lorsque $\Delta p \to 0$:

$$(p-L)^{2N-2} = (v_1 - p)(2N-2)\,(p-L)^{2N-3}$$

solution:

$$p = \left(\frac{2N-2}{2N-1}\right) v_1 + \left(\frac{L}{2N-1}\right)$$

b. Pour un équilibre symétrique, il faut

$$K = \frac{2N-2}{2N-1} \qquad \text{et} \qquad L = \frac{L}{2N-1} \qquad .$$

La seconde condition implique $L = 0$, donc la fonction de mise utilisée par chaque joueur à l'équilibre est:

$$b_i = \left(\frac{2N-2}{2N-1}\right) v_i \qquad .$$

Question 3.

a. Les conditions de premier ordre des deux pays:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial G_1} = \left[\frac{G_2}{(G_1 + G_2 + 1)^2}\right] R - c = 0 \qquad ;$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial G_2} = \left[\frac{G_1 + 1}{(G_1 + G_2 + 1)^2}\right] R - c = 0 \qquad .$$

On voit facilement, en observant ces deux conditions, qu'elles impliquent $G_2 = G_1 + 1$, ce qui rend les calculs subséquents faciles. La solution:

$$G_1 = \frac{R}{4c} - 1 \qquad ; \qquad G_2 = \frac{R}{4c} \qquad .$$

b. A l'équilibre on a $P_1 = P_1 = 1/2$, c'est-à-dire une égalité des parts (ou des chances). L'avantage du pays 1 est que cette égalité des chances lui coûte moins cher que le pays 2, parce que $G_1 < G_2$.