Université du Québec à Montréal
ECO 5620 — hiver 2018
Max Blouin

Travail 4 – à remettre le 17 avril 2018 avant 14h15

□ **Les réponses seules ne sont pas suffisantes: démontrer vos calculs.**

Question 1.
300 personnes doivent voyager du point X au point Y. Il y a deux trajets possibles. Le trajet A a une durée T_A et le trajet B a une durée T_B. Ces durées sont

$$T_A = (0.2)N_A$$
$$T_B = 15 + (0.1)N_B$$

où N_A est le nombre de voitures empruntant le trajet A et N_B est le nombre de voitures empruntant le trajet B. Chaque personne veut minimiser la durée de son trajet.

a. Quel est l'équilibre de Nash de ce problème si on suppose (comme d'habitude) qu'il y a une personne par voiture? Quelle est la durée du trajet à l'équilibre?

b. On suppose maintenant qu'il y aura 2 personnes dans chaque voiture qui emprunte le trajet B (car c'est une voie de co-voiturage), mais qu'il n'y aura qu'une personne par voiture sur le trajet A. Quel sera le nouvel équilibre? Quelle sera la durée du trajet à l'équilibre?

Question 2.
Soit une enchère à l'hollandaise avec N acheteurs. Appelons v_i la valeur qu'attache l'acheteur i à l'objet. Pour chaque acheteur, v_i est un nombre dans l'intervalle $[0, 1]$ tiré de la distribution $F(v) = v^2$. Considérons le problème de l'acheteur 1. Supposons que les $N - 1$ autres acheteurs utilisent tous la même fonction de mise et que celle-ci est linéaire, i.e. de forme $b_i(v_i) = Kv_i + L$, où K et L sont des constantes quelconques.

a. Trouvez la mise optimale b_1 (en termes de v_1, K et L) pour l'acheteur 1. Vous pouvez procéder par l'une ou l'autre des deux méthodes vues en classe.

b. Pour que l'équilibre soit complètement symétrique, il faut que la fonction de mise utilisée par le joueur 1 soit la même que celle utilisée par les $N - 1$ autres acheteurs. Trouvez les valeurs de K et L qui rendent cela possible.

Question 3.

Deux pays en conflit s'affrontent. Chaque pays maximise

$$\boldsymbol{\pi_i = P_i R - c G_i} \quad ; \tag{1}$$

où $\boldsymbol{R}$ est la récompense, $\boldsymbol{P_i}$ la probabilité de victoire (ou fration gagnée de la récompense), $\boldsymbol{G_i}$ le niveau d'armement, et $\boldsymbol{c}$ le coût unitaire de l'armement.

La fonction de succès a la forme suivante:

$$\boldsymbol{P_1 = \frac{G_1 + 1}{G_1 + G_2 + 1}} \quad ; \quad \boldsymbol{P_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2 + 1}} \quad . \tag{2}$$

On voit qu'elle est asymétrique: le pays 1 a un avantage quelconque "sur le terrain."

a. Trouver l'équilibre de Nash de ce jeu.

b. Comment l'avantage du pays 1 se manifeste-t-il à l'équilibre:

i. par une plus grande part de la récompense (ou plus grande probabilité de victoire) par rapport à l'autre pays;

ii. par des dépenses militaires moindres que celles de l'autre pays;

iii. les deux?

Expliquer.