Stratégies mixtes

		② G	② D	
①	G	1, −1	−1, 1	p
①	D	−1, 1	1, −1	$1-p$
		q	$1-q$	

		② A	② B	
①	A	3,0	0,2	p
①	B	0,1	5,0	$1-p$
		q	$1-q$	

str. mixte: stratégie qui consiste à choisir quelque chose avec une certaine probabilité, et autre chose avec une autre probalité.

exemple: jouer / G avec prob. $1/3$
D a/p $2/3$

Remarque: stratégie <u>pure</u> est une strat. où l'on choisit une chose a/p 1.

① \ ②	A (q)	B ($1-q$)	
A	3,0	0,2	p
B	0,1	5,0	$1-p$

point de vue de ①

- qu'arrive-t-il si ① joue A ?

$$E\pi_1(A) = 3q + 0\underbrace{(1-q)}$$

prob. avec laquelle ① obtient 0.

espérance

prob. avec laquelle ① obtient 3

$$E\pi_1(B) = 0q + 5(1-q)$$

Comparons: $E\pi_1(A) = 3q$
$E\pi_1(B) = 5-5q$

Lequel est plus grand ?
Cela dépend de q.

- Dans quelle circonstance est-il optimal de choisir A ?

  Lorsque $E\pi_1(A) > E\pi_1(B)$.

  Donc lorsque $3q > 5 - 5q$

  $\rightarrow q > 5/8$

- Dans quelle circ. est-il optimal de choisir B ?

  Lorsque $E\pi_1(B) > E\pi_1(A)$

  $\rightarrow q < 5/8$

- Quand ① est-il indifférent entre A et B ?

  Lorsque $E\pi_1(A) = E\pi_1(B)$

  $\rightarrow q = 5/8$

$$\begin{array}{cc|c|c|c} & & \multicolumn{2}{c}{2} & \\ & & A & B & \\ \hline 1 & A & 3,0 & 0,2 & p \\ \hline & B & 0,1 & 5,0 & 1-p \\ \hline & & q & 1-q & \end{array}$$

• point de vue de ②:

$$E\pi_2(A) = 0p + 1(1-p) = 1-p$$
$$E\pi_2(B) = 2p + 0(1-p) = 2p$$

• Choisir A est optimal lorsque

$$E\pi_2(A) > E\pi_2(B)$$

i.e. $1-p > 2p$

$$\rightarrow \quad p < 1/3$$

• Choisir B est opt. lorsque $E\pi_2(B) > E\pi_2(A)$

$$\rightarrow p > 1/3$$

• Indif. entre A et B lorsque

$$E\pi_2(A) = E\pi_2(B)$$

$$\rightarrow p = 1/3$$

Fonctions de réaction :

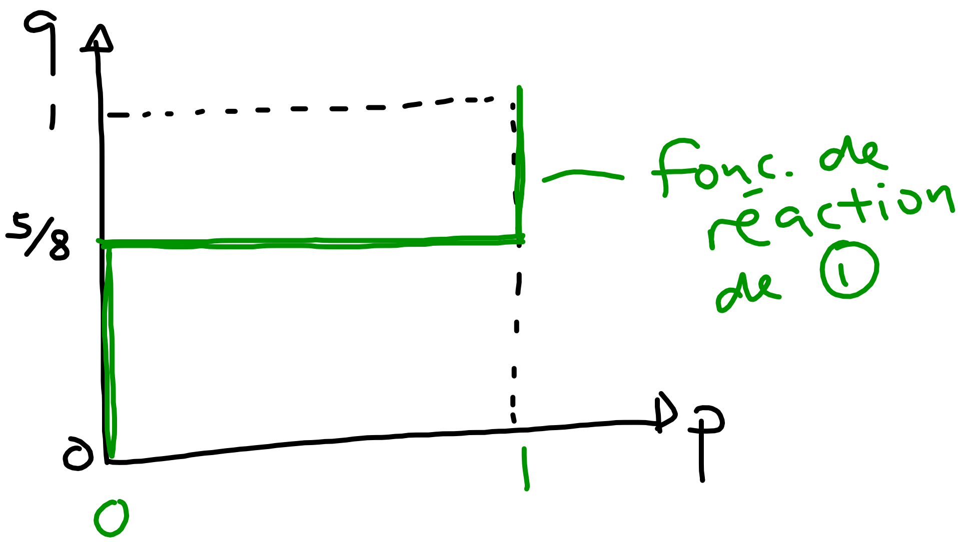
point de vue de ① :

- nous avons vu que ① choisira A si $q > 5/8$, B si $q < 5/8$, et sera indif. entre A et B si $q = 5/8$.
- Ceci donne la fonction de réaction suivante :

si $q > 5/8$, alors $p = 1$. sûr de jouer A

si $q < 5/8$, alors $p = 0$. sûr de jouer B

si $q = 5/8$, alors $p \in [0,1]$ indif. entre A et B


q
1
5/8
0
0
1
p
fonc. de réaction de 1

point de vue de ② :

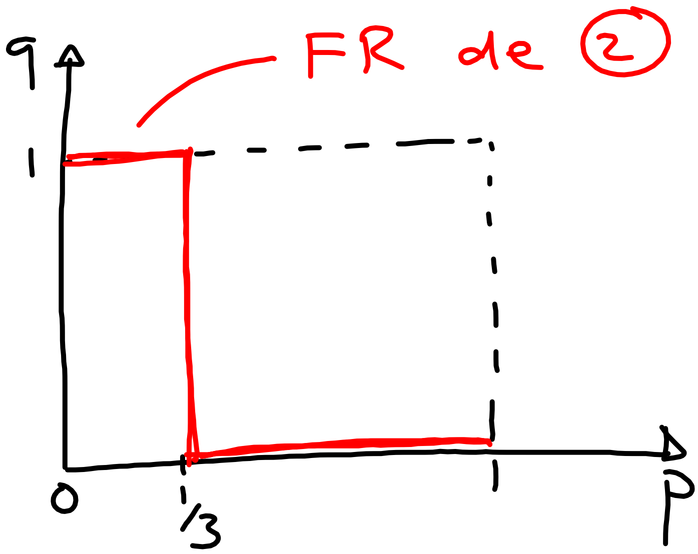
Nous avons vu que ② choisira A si $p < 1/3$, B si $p > 1/3$, et sera indif. si $p = 1/3$.

Cela donne la FR suivante :

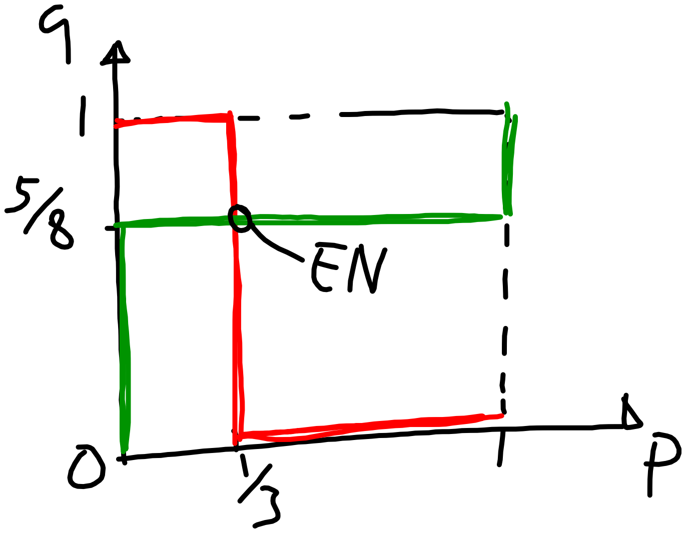
si $p < 1/3$, alors $q = 1$. — sûr de jouer A

si $p > 1/3$, alors $q = 0$ — sûr de jouer B

si $p = 1/3$, alors $q \in [0, 1]$ — indif. entre A et B



On combine les deux FR sur un même graphique :



Il y a donc un seul EN ici :

$$(p, q) = (1/3, 5/8)$$

c'est-à-dire que

1 joue | A a/p 1/3
| B a/p 2/3

2 joue | A a/p 5/8
| B a/p 3/8

Chicken

		② F	② D	
①	F	0,0	4,1	p
	D	1,4	2,2	$1-p$
		q	$1-q$	

joueur ① : $E\pi_1(F) = 0q + 4(1-q) = 4-4q$

$E\pi_1(D) = 1q + 2(1-q) = 2-q$

$E\pi_1(F) > E\pi_1(D)$ lorsque $4-4q > 2-q$

$\rightarrow 2 > 3q$

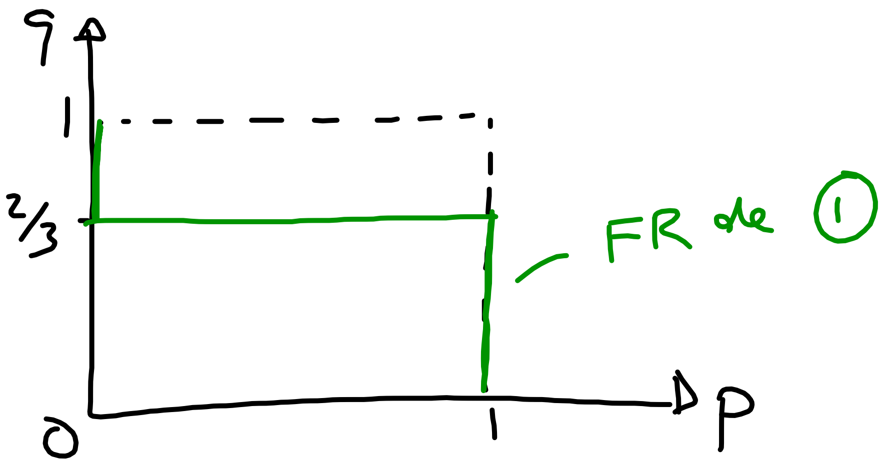
$\rightarrow q < 2/3$

$E\pi_1(D) > E\pi_1(F)$ lorsque $q > 2/3$

$E\pi_1(D) = E\pi_1(F)$ lorsque $q = 2/3$

donc :

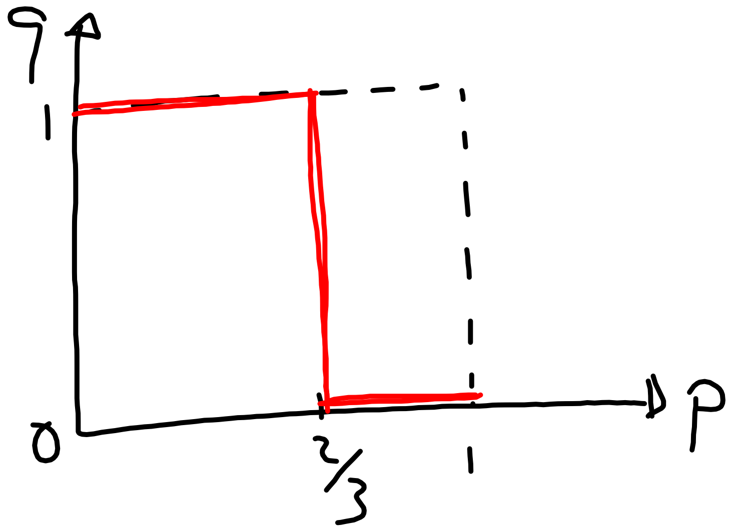
$$\left.\begin{array}{l} q < 2/3 \longrightarrow p = 1 \\ q > 2/3 \longrightarrow p = 0 \\ q = 2/3 \longrightarrow p \in [0,1] \end{array}\right\} \text{FR de ①}$$



$$E\pi_2(F) = 0p + 4(1-p) = 4-4p$$
$$E\pi_2(D) = 1p + 2(1-p) = 2-p$$

FR de 2 :

si $p < 2/3$, alors $q = 1$
si $p > 2/3$, alors $q = 0$
si $p = 2/3$, alors $q \in [0,1]$



Combinons les deux FR :