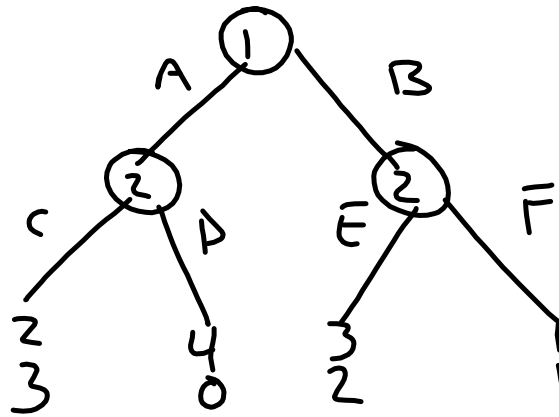
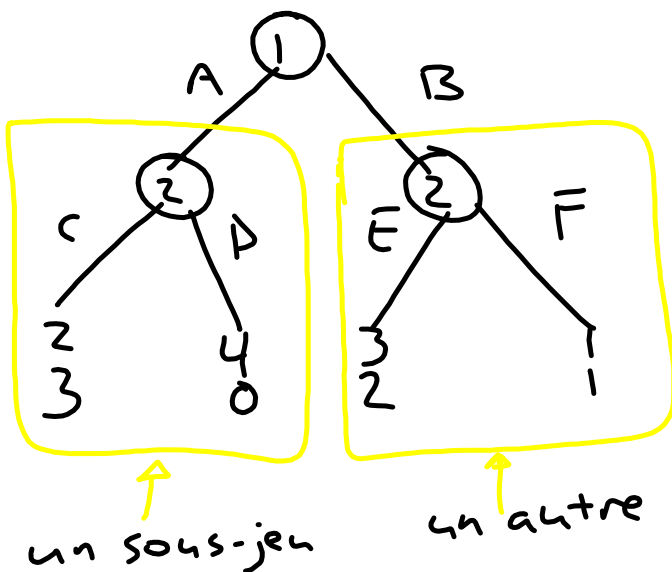


Jeux dynamiques (suite).

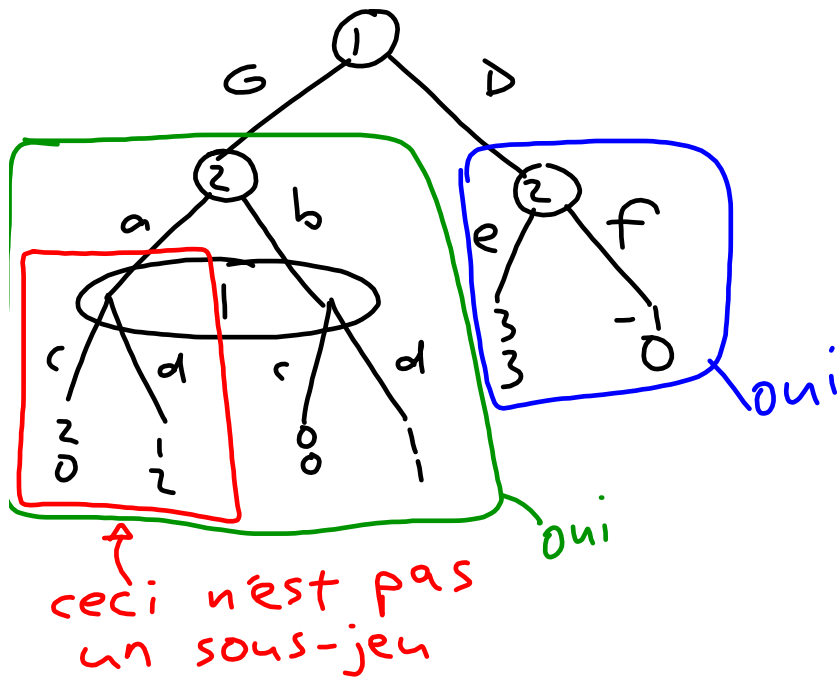


Sous-jeu :

Qu'est-ce qu'un sous-jeu ?
 C'est le "reste du jeu" lorsqu'un certain noeud a été atteint. [Mais il y a quelques restrictions.]



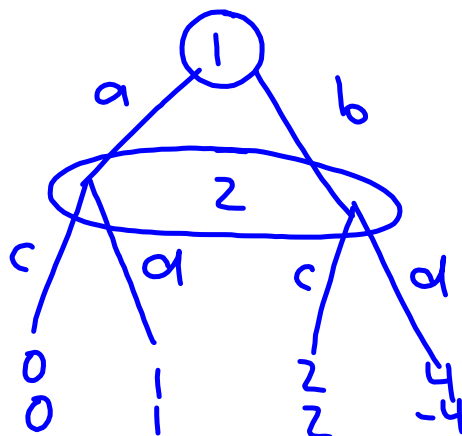
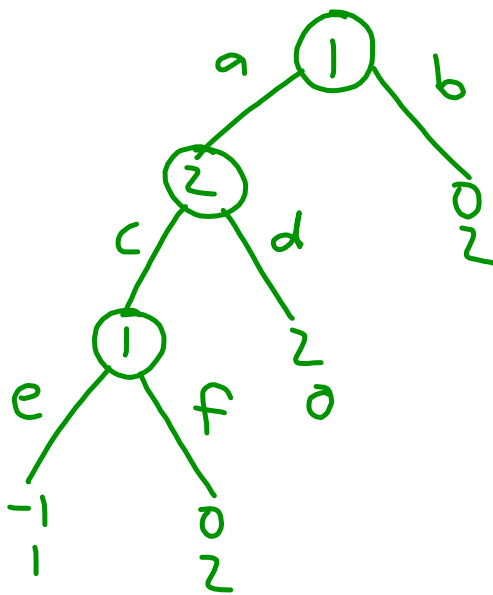
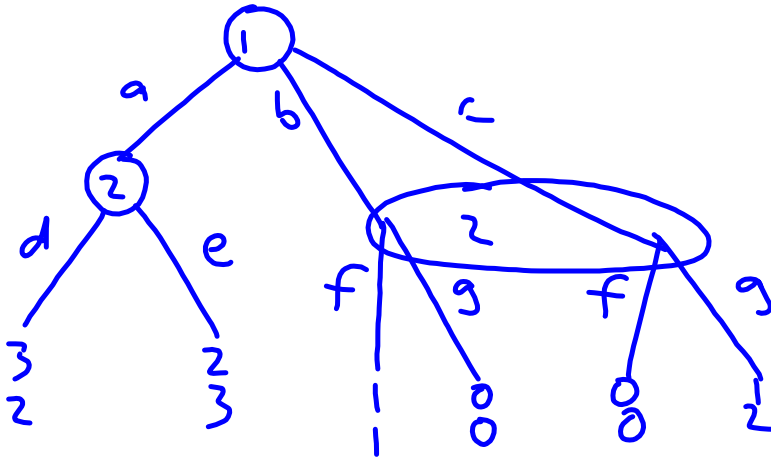
remarque :
 le jeu entier est aussi un de ses propres sous-jeux.

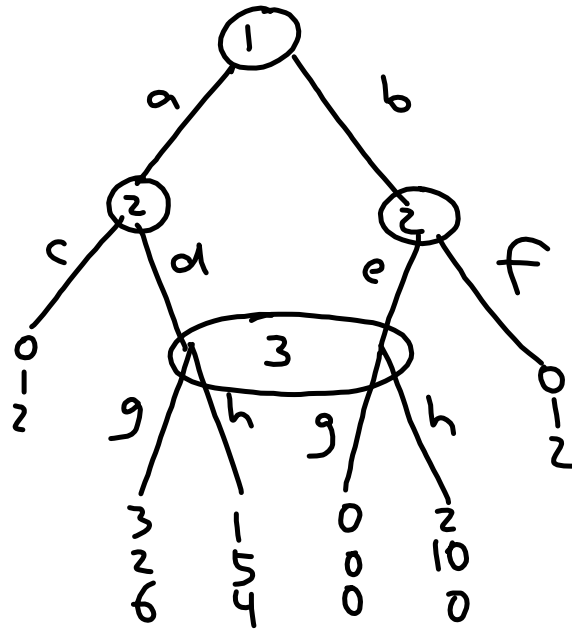


Voici formellement les propriétés d'un sous-jeu :

1. Un SJ commence à un nœud qui est le seul dans son ensemble d'information.
2. Le SJ contient tous les nœuds qui peuvent être atteints à partir du nœud initial du SJ (et pas d'autres).
3. Un nœud qui appartient au SJ ne peut pas être dans le même ensemble d'information qu'un nœud qui n'appartient pas au SJ.
4. Un SJ peut n'impliquer qu'un seul joueur.

Quels sont les SJ des jeux suivants ?





Équilibre parfait :

profil de stratégies qui constitue un EN pour chaque sous-jeu.

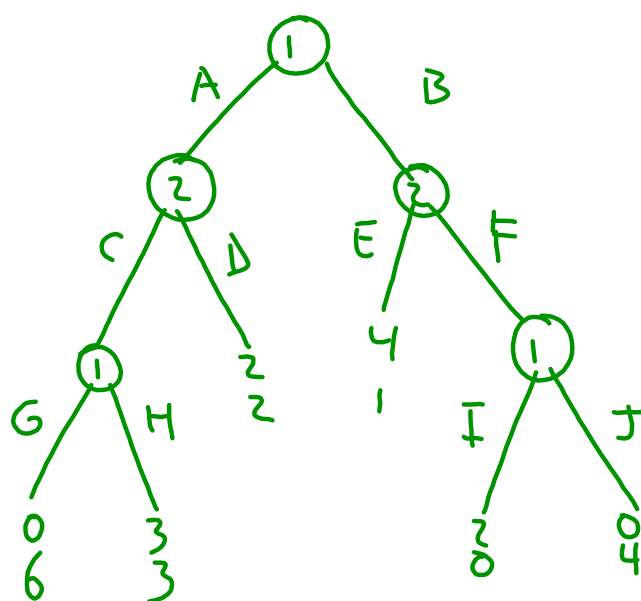
(appelé aussi
 "équilibre parfait en sous-jeux"
 et "subgame-perfect equilibrium"
 en anglais)

Autrement dit, on applique les mêmes critères d'optimalité qu'avant, mais à tous les sous-jeux.

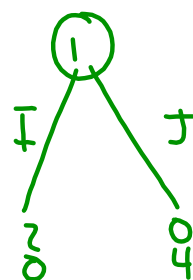
Induction à rebours :

(Backward induction).

C'est une méthode utilisée pour identifier le(s) équilibre(s) parfait(s) d'un jeu (fini).



On commence par regarder le ST qui se trouve le plus près de la fin.



Qu'est-ce qui optimal pour ① ici, I ou J?

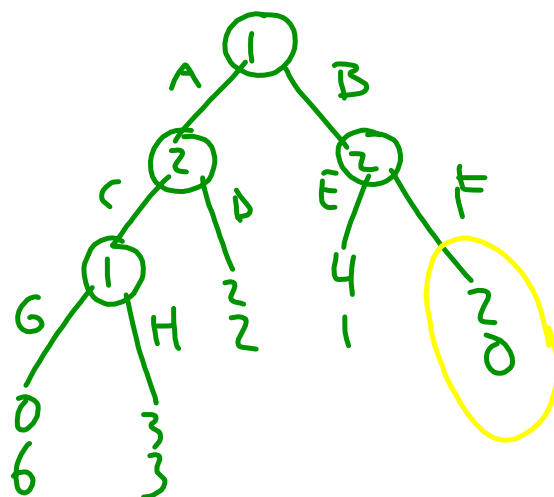
I, car $2 > 0$.

Donc, si jamais ce noeud est atteint, on sait que ① jouera I.

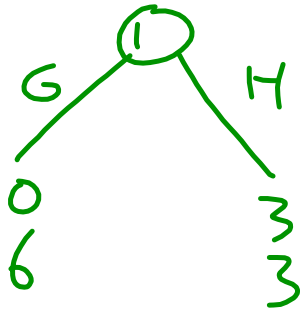
Les joueurs aussi le savent.
Donc, si ce noeud est atteint, les paiements seront assurément 2 (pour ①) et 0 (pour ②).

La branche J n'est donc pas pertinente, et on peut l'oublier.

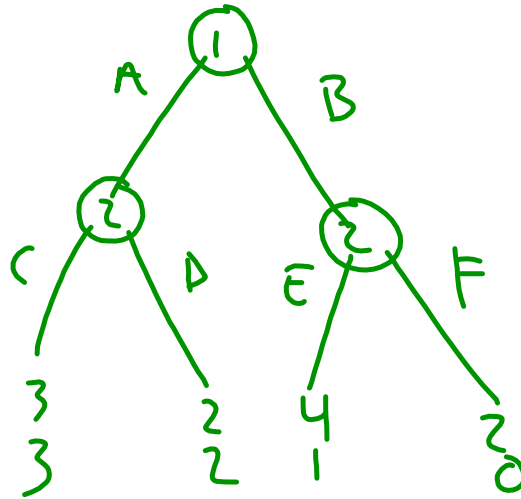
On replie l'arbre :



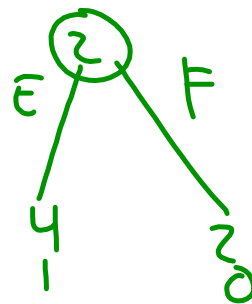
et
ici ?



① choisira H, puisque $0 < 3$.

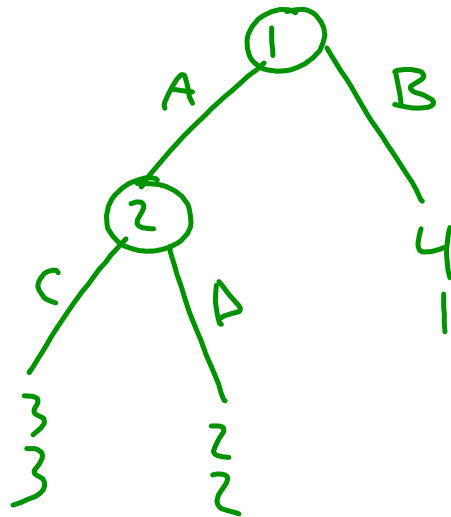


Maintenant on
considère ce SJ:



② choisira E, car $1 > 0$.

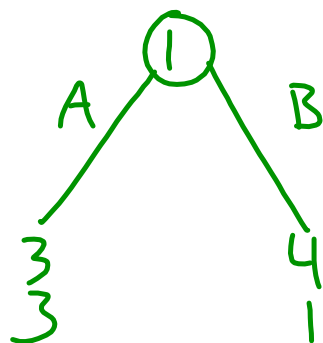
Et on replie l'arbre:



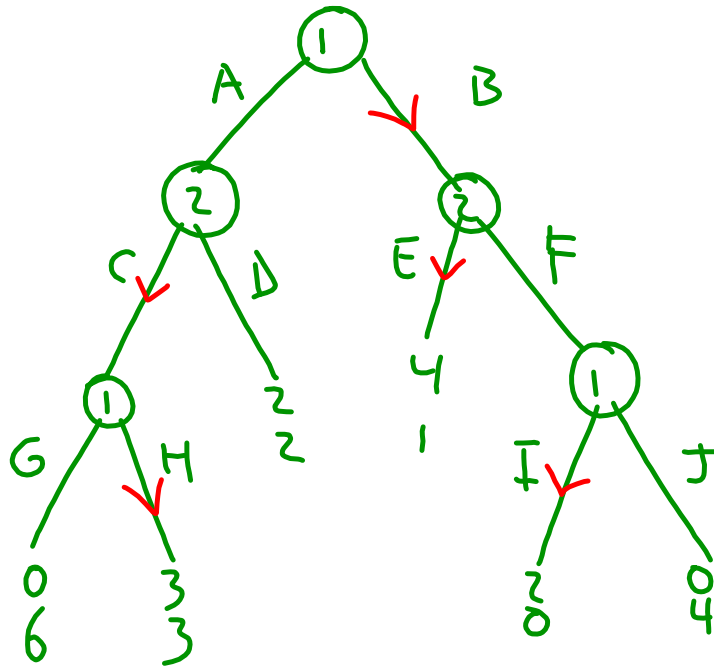
Et ici, que se passera-t-il ?

② choisira C, car $3 > 2$.

On replie :

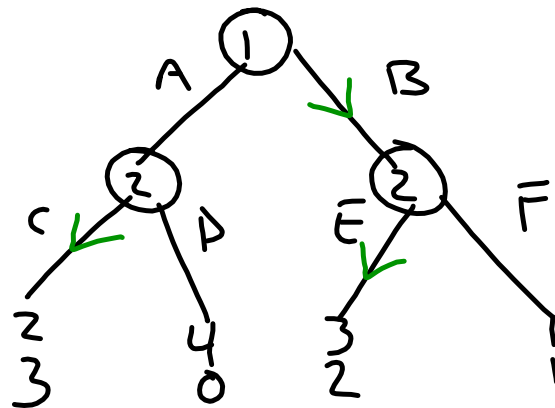


① jouera B, car $3 < 4$.



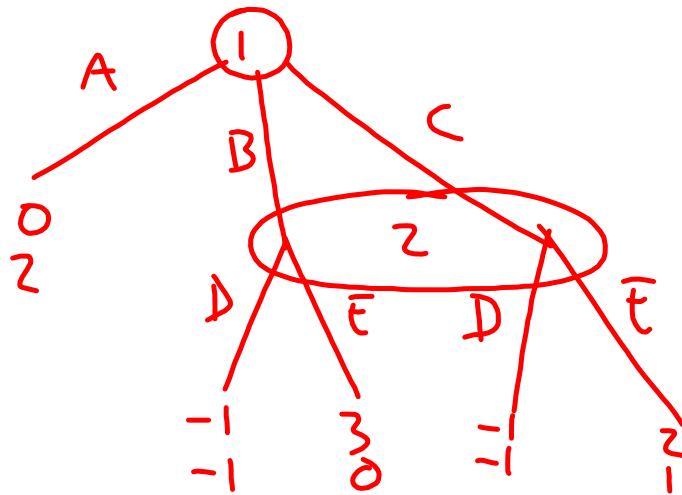
L'équilibre parfait est:
 (BHI, CE)

Voici le jeu
 de la semaine
 dernière.



En faisant
 l'induction à rebours, vous
 verrez que le seul EP est
 (B, CE).

Equilibre bayésien :

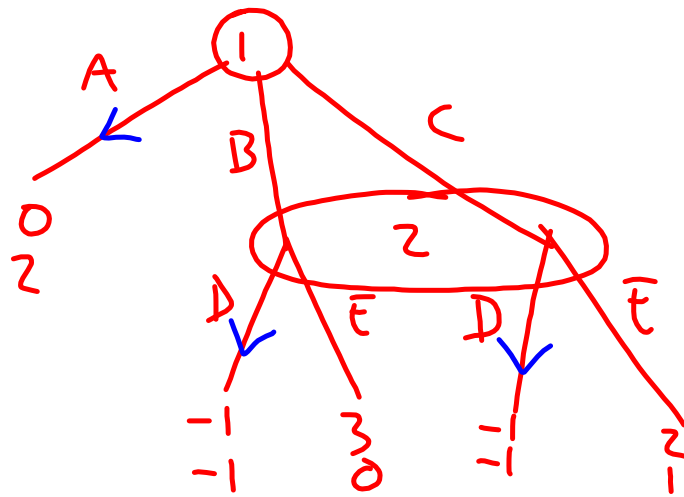


forme normale :

		②	
		D	E
①	A	(0, 2)	(0, 2)
	B	(-1, -1)	(3, 0)
	C	(-1, -1)	(2, 1)

Il y a 2 EN ici : (A, D) et (B, E) .

Puisqu'il n'y a qu'un sous-jeu ici (le jeu entier), ces deux EN sont aussi des EP.

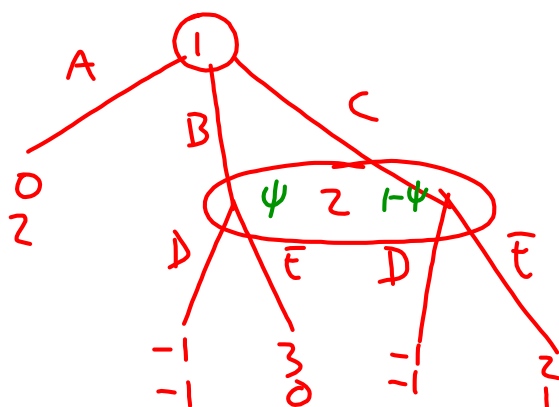


Regardons l'équilibre (A, D) .

Il y a un problème:

Si l'ensemble d'information de ② était atteint, il jouerait sûrement \bar{E} et non D , puisque D est dominée par \bar{E} .

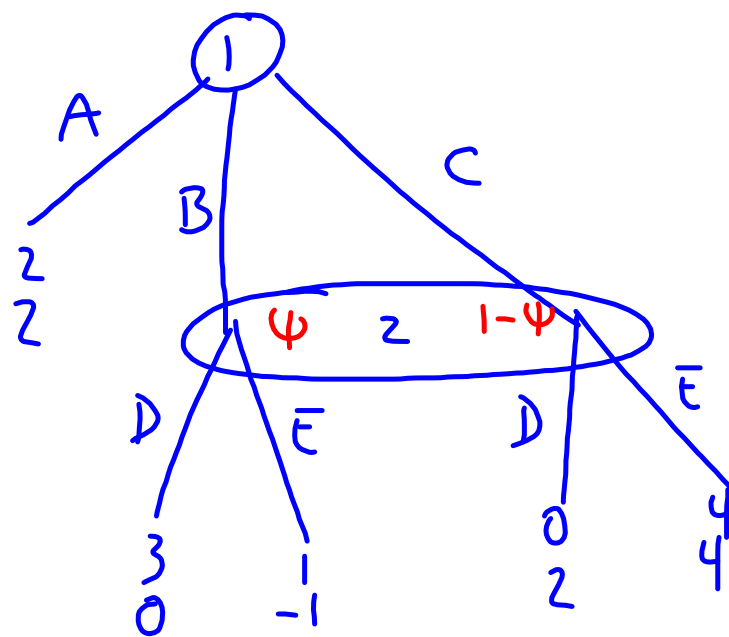
Dans un équilibre bayésien, il faut, lorsqu'un ensemble d'information contient plus qu'un noeud, spécifier avec quelles probabilités le joueur (à qui appartient cet ensemble d'information) croit être à chacun des noeuds.



On appelle ces probabilités ψ et $1-\psi$ "croyances".

On requiert deux choses :

1. Ce que ② fait à cet ensemble d'information doit être justifiable en termes de ces croyances.
2. Ces croyances doivent, à l'équilibre, correspondre à ce que ① fait.



Y a-t-il un équilibre où ①
joue B ?