Jeux répétés

- Un jeu répété est un jeu simultané qui est joué à plusieurs reprises.
- Chaque fois que le jeu est joué (à chaque "période" ou "itération") les joueurs reçoivent leurs paiements.

Dilemme du prisonnier:

		2	
		T	N
1	T	1,1	4,0
	N	0,4	3,3

Imaginons ce jeu joué <u>deux</u> fois de suite.

Supposons que les joueurs jouent (T,T) à la première itération et (N,N) à la deuxième.

Chaque joueur reçoit 1 à la prem. itération et 3 à la deuxième, pour un total de

$$1 + 3\delta$$

facteur d'escompte
$(0 < \delta < 1)$

équilibre

Il s'agit d'un cas de jeu dynamique, donc on cherche un équilibre parfait.

Il y a deux cas très différents:

- jeu répété fini
- jeu répété à l'infini

a. jeu répété fini

exemple: Dil. du pris.
joué 2 fois.

induction à rebours:
que se passe-t-il à la 2^e^ itération?

- dans ce sous-jeu, on sait que (T,T) sera joué.

(car c'est l'EN du DduP).

et que se passera-t-il à la 1^ère^ itération?

- encore (T,T), l'EN du jeu de base (DduP).

Donc, l'issue de ch. itération est indépendante des autres itérations, qu'elles viennent avant ou après.

- Les itérations à venir n'ont pas d'influence parce que leur issue a déjà été trouvée par induction à rebours.
- Les itérations antérieurs ont déjà été jouées, donc n'ont pas d'influence non plus.

b. jeu répété à l'infini

On ne peut pas utiliser l'induction à rebours, car il n'y a pas de dernière itération.

On peut démontrer qu'un paiement de 3 à ch. période pour ch. joueur est possible si le jeu est répété à l'infini.

Quelles stratégies peuvent donner ce résultat?

- essayons la stratégie "jouer N à ch. période" (de manière inconditionnelle)

  Si les deux joueurs jouent ceci, les paiements sont (3,3) à ch. période; mais ce n'est pas un équilibre, car :

  - si 1 sait que 2 jouera N inconditionnellement à ch. période, alors 1 trouvera optimal de jouer T à ch. période, et non N.

- essayons plutôt la stratégie suivante :

"Je joue N à ch. période, à condition que personne n'a joué T. Mais si quelqu'un a joué T dans le passé, je joue T."

Si ch. joueur joue cette stratégie (appelée stratégie de la gachette ; (trigger strategy)), alors a-t-on un équilibre ?

Supposons que ② joue cette stratégie. ① devrait-il la jouer aussi ?

Si ① joue cette stratégie, il aura comme paiement :

	1	2	3	4	5
①	N	N	N	N	. . .
②	N	N	N	N	. . .

$$\Pi = 3 + 3\delta + 3\delta^2 + \dots$$
$$= 3(1 + \delta + \delta^2 + \dots)$$
$$= \left(\frac{3}{1-\delta}\right)$$

Si ① dévie de cette stratégie, qu'aura-t-il comme paiement ?

	1	2	3	4	5
①	T	T	T	T	...
②	N	T	T	T	....

$$\pi_1 = 4 + 1\delta + 1\delta^2 + 1\delta^3 + \dots$$
$$= 4 + \delta(1+\delta+\delta^2+\dots)$$
$$= 4 + \left(\frac{\delta}{1-\delta}\right)$$

Alors, est-ce que ① préfère la stratégie de la gachette.
Pour cela, il faut

$$\frac{3}{1-\delta} \geq 4 + \frac{\delta}{1-\delta}$$

$\rightarrow \quad 3 \geq 4(1-\delta) + \delta$

$\rightarrow \quad 3 \geq 4 - 3\delta$

$\rightarrow \quad 3\delta \geq 1$

$\rightarrow \quad \delta \geq 1/3$ condition d'équilibre