2 faits saillants :

- Lorsqu'un jeu est répété à l'infini, il y a de nouvelles possibilités d'équilibres.
- Les conditions d'équilibre pour ces nouveaux équilibres sont des conditions sur la patience des joueurs.

Quelques remarques :

1. L'équilibre (gachette, gachette) décrit à la 1ere partie est <u>un</u> équilibre parmi une infinité d'équilibres.

   1a. (T à ch. période, T à ch. période) était le seul équil. dans le jeu répété fini, et il est un des équilibres ici aussi.

2. Nous avons prouvé que (gachette, gachette) est un EN sans toutefois démontrer qu'il s'agit d'un EP.
   Il est démontrable qu'il s'agit d'un EP aussi.

Paradoxe de Bertrand

modèle de duopole à la Bertrand :

- 2 firmes
- demande : $Q = 120 - P$
- coût marginal constant $= C$
- chaque firme choisit son prix : ① choisit P_1
  ② choisit P_2
- le marché réagit à (P_1, P_2)
  - si $P_1 < P_2$, alors
    $Q_1 = 120 - P_1$ et $Q_2 = 0$
  - si $P_2 < P_1$, alors
    $Q_1 = 0$ et $Q_2 = 120 - P_2$
  - si $P_1 = P_2$, alors
    $Q_1 = Q_2 = \left(\frac{1}{2}\right)(120 - P_1)$

Trouver l'équilibre de Nash.

L'équil. de Nash est :

$$P_1 = P_2 = C$$

démonstration par essai et erreur :

cas 1. $P_1 > P_2 > C$

pas un EN, car 1 pourrait faire mieux en chargant P_1' tel que $C < P_1' < P_2$.

cas 2. $P_1 = P_2 > C$

1 veut $\downarrow P_1$ donc pas un EN

cas 3. $P_1 > P_2 = C$

2 a tout le marché, mais $P_2 = C$ donc $\pi_2 = 0$.

2 voudrait $\uparrow P_2$ pour avoir $\pi_2 > 0$.

cas 4. $P_1 < \min\{P_2, C\}$

1 a tout le marché, mais $\pi_1 < 0$.

1 voudrait $\uparrow P_1$ pour avoir $\pi_1 \geq 0$.

Si on élimine les cas symétriques aux précédents (en inversant ① et ②), il ne reste que

$$P_1 = P_2 = C$$

c'est un EN, car aucune firme ne peut faire mieux en ↑ ou ↓ son prix.

$$\pi_1 = \pi_2 = 0$$

$$Q_1 = Q_2 = \left(\tfrac{1}{2}\right)(120 - c)$$

raisonnement:

supposons $P_2 = C$.

si $P_1 < C$, alors $\pi_1 < 0$

si $P_1 > C$, alors $Q = 0 \rightarrow \pi_1 = 0$.

Résultat très différent de Cournot:

Cournot: $P > C$, $\pi > 0$

Bertrand: $P = C$, $\pi = 0$

(concurrence parfaite: $P = C$, $\pi = 0$).

Quel modèle est plus réaliste (dans ses hypothèses) ?
Cela dépend du marché.

Paradoxe de Bertrand :

Comment se fait-il que dans un marché super-concentré (seulement 2 firmes) on obtienne un résultat de concurrence parfaite ?

Mais nous avons étudié ce modèle dans un contexte statique (1 itération). Et si on avait ce jeu répété à l'infini ?

Modèle de Bertrand répété à l'infini

Supposons trois prix possibles :

c , p^m et $p^m - \varepsilon$

prix de monopole

Appelons π^m le profit de monopoleur. (S'il y avait une seule firme, elle chargerait p^m et obtiendrait π^m)

		② c	② $p^m-\varepsilon$	② p^m
①	c	$0,0$	$0,0$	$0,0$
①	$p^m-\varepsilon$	$0,0$	$\frac{\tilde{\pi}^m}{2}, \frac{\tilde{\pi}^m}{2}$	$\tilde{\pi}^m, 0$
①	p^m	$0,0$	$0, \tilde{\pi}^m$	$\frac{\pi^m}{2}, \frac{\pi^m}{2}$

où $\tilde{\pi}^m < \pi^m$ mais très près

Stratégie gachette :

"charger p^M à condition qu'aucun prix $< p^M$ n'a été chargé ; mais si un prix $< p^M$ a été chargé dans le passé, alors charger c."

équilibre :

Supposons que 2 joue la stratégie gachette. Est-il optimal pour 1 de le faire aussi ?

- si un joue gachette aussi :

	1	2	3	4	5	
1	p^M	p^M	p^M	p^M	p^M	...
2	p^M	p^M	p^M	p^M	p^M	...

$$\pi_1 = \left(\tfrac{1}{2}\right)\pi^M + \left(\tfrac{1}{2}\right)\pi^M \delta + \left(\tfrac{1}{2}\right)\pi^M \delta^2 + \dots$$

$$= \left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{1-\delta}\right)\pi^M$$

- si 1 dévie, alors

	1	2	3	4	5	
1	$p^M - \varepsilon$					
2	p^M	c	c	c	c	c

$$\pi_1 = \tilde{\pi}^M + 0 \cdot \delta + 0 \cdot \delta^2 + \dots$$

$$= \tilde{\pi}^M$$

condition d'équilibre :

$$\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{1-\delta}\right)\pi^M \geq \tilde{\pi}^m$$

Comme $\pi^M \cong \tilde{\pi}^m$

on peut écrire :

$$\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{1-\delta}\right) \geq 1$$

$\rightarrow 1 \geq 2-2\delta$

$\rightarrow 2\delta \geq 1$

$\rightarrow \delta \geq 1/2$

Cet équilibre décrit un <u>cartel</u>.

Avec n firmes :

$$\left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{1-\delta}\right) \geq 1$$

$$\rightarrow 1 \geq n - \delta n$$

$$\rightarrow \delta n \geq n - 1$$

$$\delta \geq \frac{n-1}{n}$$

On appelle <u>collusion</u> cette "entente" de maintenir le prix élevé.

Il n'est pas nécessaire que l'entente soit explicite.

→ On peut parler de <u>collusion tacite</u>.